**నోట్:** 1. సరాసరి దత్తాంశంలోని ఏ ఒక్క విలువకు సమానం కావచ్చు, కాక పోవచ్చు. కాని సరాసరి అనేది కనిష్ట, గరిష్ట విలువ మధ్య ఉంటుంది.
2. సరాసరి దత్తాంశంలోని అన్ని అంశాలపై ఆధారపడి ఉంటుంది.
3. సరాసరి పోల్చడానికి ఉపయోగపడుతుంది.

- ✔ ఒకడు కొంత దూరాన్ని గంటకు x కి.మీ దూరంలో అంతే దూరాన్ని గంటకు y కి.మీ వేగంతో ప్రయాణిస్తే మొత్తం ప్రయాణంలో అతని సగటు వేగం = 2 x y/ x + y.
- ✔ మొదటి n సరిసంఖ్యల సగటు = n +1
- ✔ మొదటి n బేసి సంఖ్యల సగటు = n
- ✔ మొదటి n సహజ సంఖ్యల సగటు = (n +1)/2
- ✔ మొదటి n సహజ సంఖ్యల వర్గాల సగటు (n +1)(2 n+1)/2
- ✔ x, yల మధ్య ఉన్న బేసి సంఖ్యల సగటు = (మొదటి బేసిసంఖ్య+చివరి బేసిసంఖ్య)/2
- ✔ x, yల మధ్య ఉన్న సరిసంఖ్యల సగటు = (మొదటి సరిసంఖ్య+చివరి సరిసంఖ్య)/2
- ✔ ఇచ్చిన వరుస సహజ సంఖ్యల సంఖ్య బేసి సంఖ్య అయితే అప్పుడు ఆ సంఖ్యల్లో సరిగ్గా మధ్య విలువ ఆ సంఖ్యల సరాసరి అవుతుంది.
- ✔ ఇచ్చిన వరుస సహజ సంఖ్యల సంఖ్య సరిసంఖ్య అయితే అప్పుడు ఇచ్చిన విలువలో రెండు మధ్య విలువలు ఉంటాయి. ఆ రెండు మధ్య విలువల సరాసరి ఇచ్చిన సంఖ్యల సగటు అవుతుంది.

# 6, 7, X, 14లు వరుసగా అనుపాతంలో ఉంటే X విలువ?

## వ్యాపార గణితం

- ✔ త్వరలో జరుగనున్న పోలీస్ ఫైనల్ పరీక్షలో గణిత విభాగంలోని అత్యంత కీలకమైన అంశం వ్యాపార గణితం. ఇందులో శాతాలు, లాభ-నష్టాలు, కాలం-దూరం, కాలం-పని, బారువడ్డీ-చక్రవడ్డీ, సరాసరి, భాగస్వామ్యం ముఖ్యమైనవి.

**ముఖ్యమైన నిర్వచనాలు**

**ఏకవస్తు మార్గ పద్ధతి:** కొన్ని వస్తువుల ఖరీదు ఇచ్చినప్పుడు ఒక వస్తువు ఖరీదు కనుగొని తరువాత కావల్సిన వస్తువుల ఖరీదును కనుగొనడమే ఏకవస్తు మార్గ పద్ధతి అంటారు.

- ✔ ఈ అంశంపై ఏ ప్రశ్న అడిగినా కింది సూత్రంతో సులువుగా సాధించవచ్చు.

**(ఎక్కువ/తక్కువ)X? (తక్కువ/ఎక్కువ)X?**

మాదిరి ప్రశ్న: 10మంది కూలీలు ఒక పనిని పూర్తి చేయడానికి పట్టే కాలం 60 రోజులు. 12మంది కూలీలు అదేపనిని ఎన్ని రోజుల్లో పూర్తిచేయగలరు?

**సాధన:** 10మంది కూలీలు ఒక పనిని పూర్తి చేయడానికి 60 రోజులు పడితే 12 మంది కూలీలు అదే పనిని తక్కువ రోజుల్లో పూర్తి చేస్తారని గమనించవచ్చు. కావున (తక్కువ/ఎక్కువ)X? అనే సూత్రాన్ని ఉపయోగించవచ్చు.

- ✔ అంటే పూర్తిచేయడానికి కావల్సిన రోజుల సంఖ్య (10/12)X60 = 50 రోజులు

### మాదిరి ప్రశ్నలు

**ప్రవచనం 1.** 12 పెన్నుల ధర రూ. 77.40. అయిన 9 పెన్నుల వెల రూ. 58.05.

**ప్రవచనం 2.** నలుగురు సభ్యులు ఉన్న ఇంటిలో 30 రోజులకు సరిపడు ఆహారపదార్థాలు ఉన్నాయి. వారింటికి ఒక బంధువు వస్తే ఆ ఇంటిలోని ఆహార పదార్థాలు 24 రోజులకు సరిపోతాయి.

ఎ. ప్రవచనం 1మాత్రమే నిజం
బి.ప్రవచనం 2 మాత్రమే నిజం
సి.రెండు ప్రవచనాలు సరైనవే
డి. రెండూ అసత్యాలే

**సమాధానం : సి**

**నిష్పత్తి అనుపాతం:** ఒకే ప్రమాణం గల రెండు రాశులను భాగహారం చేయగా పోల్చిన వచ్చే ఫలితాన్ని ఆ రాశుల నిష్పత్తి అంటారు.

- ✔ ఒకే ప్రమాణం గల రెండు రాశుల నిష్పత్తి కనుగొనుటకు ఒక రాశిని మరో రాశితో భాగించాలి.
- ✔ నిష్పత్తిని కనిష్ట పదాల్లో మార్చుటకు ఆ రాశుల గ.సా.భాతో వాటిని భాగించాలి.
- ✔ a, bలు రెండు సంఖ్యలు b శూన్యేతరం అయితే a, bలకు నిష్పత్తి a:b దీనిని a/bగా రాస్తాం.
- ✔ నిష్పత్తిలో మొదటి పదాన్ని పూర్వపదం, రెండో పదాన్ని పరపదం (ఉత్తర పదం) అంటారు.

**గమనిక:**

1. రెండు రాశుల నిష్పత్తి అనేది కేవలం సంఖ్య మాత్రమే దానికి ఎలాంటి ప్రమాణాలు ఉండవు.
2. నిష్పత్తి సూక్ష్మ రూపంలో ఉన్నప్పుడు ఆ నిష్పత్తిలోని పదాలు సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలై ఉంటాయి.
3. నిష్పత్తిలోని పదాలు భిన్న రూపంలో ఉండరాదు, ఒకవేళ ఉంటే పూర్ణాంక రూపంలో మార్చుటకు హారాల క.సా.గుతో నిష్పత్తిలోని పదాలను గుణించాలి.

**బహుళ నిష్పత్తి:** ఏదైన ఇచ్చిన నిష్పత్తిలో పూర్వపదాల లబ్దానికి, పరపదాల లబ్దానికి మధ్యగల నిష్పత్తిని ఇచ్చిన నిష్పత్తుల బహుళ నిష్పత్తి అంటారు.

**ఉదా..** 3 : 4, 5 : 6, 2 : 3ల బహుళ నిష్పత్తి 30 : 72 ఇది సూక్ష్మ రూపంలో 15 : 36కు సమానం.

**అనుపాతం:** ఏవైన రెండు నిష్పత్తుల సమానత్వాన్ని అనుపాతం అంటారు.

- ✔ ఏవైన రెండు నిష్పత్తుల విలువలు సమానమైతే ఆ నిష్పత్తుల్లో ఉండే పదాలు వరుసగా అనుపాతంలో ఉన్నాయని అంటాం.
- ✔ a : b; c : d అనే రెండు నిష్పత్తుల విలువలు సమానమైతే ఆ నిష్పత్తుల్లో ఉండే పదాలు a, b, c, dలు అనుపాతంలో ఉన్నాయని అంటాం. వీటి అనుపాతాన్ని a : b : : c : dతో సూచిస్తాం. ఇక్కడ a, dలు అంత్యాలు అని, b, c లు మధ్యములు అని అంటాం.
- ✔ అంత్యాల లబ్దం = మధ్యముల లబ్దం

### నమూనా ప్రశ్నలు

**1. ప్రతిపాదన (A):** A, B, C మొత్తం పెట్టుబడి రూ. 1000, A, B కంటే రెట్టింపు; B, C కన్నా మూడు రెట్లు A విలువ రూ. 600

**కారణం (R):** 30 మీటర్ల పొడవు, 10 మీటర్ల వెడల్పు గల దీర్ఘ చతురస్రం 2 : 1 మీటర్ల పొడవు, వెడల్పు కలిగిన పెంకులతో అమర్చవలసిన కావాల్సిన పెంకుల సంఖ్య 45

ఎ. A, R వాటికవే సరైనవి కాని A, Rకి సరైన వివరణ కాదు
బి. A సరైంది కాని R సరైంది కాదు
సి. A సరైంది కాదు కాని R సరైంది
డి. A, Rలు అసత్యం

**2. 12,192ల అనుపాత మధ్యమం?**

ఎ. 16 బి. 48 సి. 180 డి. 204

**3. 6, 7, x, 14లు వరుసగా అనుపాతంలో ఉంటే x విలువ?**

ఎ. 12 బి. 13 సి. 21 డి. 20

**4. 3, 4, 11, 14లలో ప్రతిదానికి ఏ కనిష్ట సంఖ్యను కలపగా వచ్చే సంఖ్యలు అనుపాతంలో ఉంటాయి?**

ఎ. 5 బి. 3 సి. 4 డి. 1

**సమాధానాలు : 1. బి 2. బి 3. ఎ 4. డి**

**అనుపాతాల రకాలు**

1. అనులోమానుపాతం 2. విలోమానుపాతం
3. మిశ్రమానుపాతం

**1. అనులోమానుపాతం**

| పెన్నుల సంఖ్య | ధర (రూపాయలలో) |
|---|---|
| 5 | 25 |
| 10 | 50 |
| 50 | 250 |
| 100 | 500 |
| 40 | 200 |
| 1 | 5 |

పై పట్టికను గమనిస్తే పెన్నుల సంఖ్య పెరుగుతూ ఉంటే ధర కూడా పెరిగింది. పెన్నుల సంఖ్య తగ్గుతూ ఉంటే ధర కూడా తగ్గింది. అంటే పెన్నుల సంఖ్య ధరకు అనులోమానుపాతంలో ఉంది.

**నిర్వచనం:** ఏవైన రెండు రాశులను గమనించినప్పుడు ఒక రాశిలోని పెరుగుదల రేటు రెండో రాశిలోని తగ్గుదల రేటుకు సమానం లేదా ఒక రాశిలోని తగ్గుదల రేటు రెండో రాశిలోని పెరుగుదల రేటుకు సమానమైతే ఆ రెండు రాశులు ఒక దానికొకటి అనులోమానుపాతంలో ఉన్నాయని అంటాం.

**గమనిక:** x, yలు అనుపాతంలో ఉంటే x = k y అవుతుంది. ఇక్కడ kను అనుపాత స్థిరాంకం అంటారు.

**2. విలోమానుపాతం**

| కూలీలసంఖ్య | రోజుల సంఖ్య |
|---|---|
| 10 | 60 |
| 20 | 30 |
| 30 | 20 |
| 60 | 10 |
| 100 | 6 |
| 50 | 12 |
| 1 | 600 |

పై పట్టికలో కూలీల సంఖ్య, రోజుల సంఖ్య విలోమానుపాతంలో ఉన్నాయి.

**నిర్వచనం:** ఏవైన రెండు రాశులను గమనించినప్పుడు ఒక రాశిలోని పెరుగుదల రేటు రెండో రాశిలోని తగ్గుదల రేటుకు సమానమైన లేదా ఒక రాశిలోని తగ్గుదల రేటు రెండో రాశిలోని పెరుగుదల రేటుకు సమానమైన ఆ రెండు రాశులు ఒక దానికొకటి విలోమానుపాతంలో ఉన్నాయని అంటాం.

**గమనిక:** x, yలు విలోమానుపాతంలో ఉంటే x y = k ఇక్కడ k స్థిరాంకం.

**3. మిశ్రమానుపాతం**

- ✔ $M_1$మంది కూలీలు $D_1$ రోజుల్లో రోజుకు $T_1$ గంటల చొప్పున పనిచేస్తూ $W_1$ పనిని పూర్తి చేయగలిగితే, అంతే పని సామర్థ్యం కలిగిన $M_2$మంది మనుషులు $D_2$ రోజుల్లో రోజుకు $T_2$ గంటల చొప్పున పనిచేస్తూ $W_2$ పనిని పూర్తి చేయగలిగితే వారి మధ్య గల సంబంధం కింది విధంగా ఉంటుంది.

$$M_1\ D_1\ T_1\ W_2 = M_2\ D_2\ T_2\ W_1$$

**శాతాలు:** శాతం అంటే ప్రతి 100కి అని అర్థం

- ✔ Percent అనే పదం Per, cent అనే పదాల నుంచి పుట్టినది. cent అంటే 100, per అంటే 'కి'
- ✔ 100 హారంగా ఉన్న భిన్నాలను శాతం అంటారు. దీని గుర్తు %

**గమనిక :** ఏదైన భిన్నాన్ని శాతంగా మార్చుటకు ఆ భిన్నాన్ని 100తో గుణించి శాతం గుర్తు ఉంచాలి.

**ఉదా:** 1/2 భిన్నం ఎంత శాతానికి సమానం

**సాధన:** (1/2) x100 = 50 %

**గమనిక:** శాతాన్ని భిన్న రూపంలోకి మార్చాలంటే శాతం గుర్తును తొలగించి 100తో భాగించాలి. ఆ తరువాత సూక్ష్మీకరించాలి.

**గమనిక:** A జీతం B జీతం కన్నా X %ఎక్కువ అయితే, B జీతం A కన్నా (X/100+X) 100 % తక్కువ అవుతుంది.

**ఉదా:** రుత్విక్ జీతం రమణ జీతం కన్నా 25 % ఎక్కువ అయితే రమణ జీతం రుత్విక్ జీతం కన్నా ఎంత శాతం తక్కువ?

**సాధన:** (25/ 125) X 100 % = 20 %

**గమనిక :** A జీతం B జీతం కన్నా X % తక్కువ అయితే B జీతం A కన్నా (X/100-X) 100 % ఎక్కువవుతుంది.

**లాభ-నష్టాలు :** ఏదైన ఒక వస్తువుపై వచ్చే లాభం లేదా నష్టం అనేది ఆ వస్తువు కొన్న వెలపై ఆధారపడి ఉంటుంది.

**గమనిక:** లాభ-నష్టాలు అనే అధ్యాయంలో అన్ని ప్రశ్నలను సులువుగా సాధించుటకు కొన్న వెల 100 శాతంగా తీసుకోవాలి. ఏదైన ఒక వస్తువుపై లాభం వస్తే 100 శాతం కన్నా ఎక్కువ వచ్చినట్లుగాను, నష్టం వస్తే 100 శాతం కంటే తక్కువ వచ్చినట్లు గాను భావించాలి.

**గమనిక :** X వస్తువుల కొన్న వెల, Y వస్తువుల అమ్మిన వెలకు సమానం అయితే మొత్తంమీద వచ్చే లాభం లేదా నష్ట శాతం (x-y/y) x 100% ఇక్కడ చివరగా ధన గుర్తు వస్తే లాభశాతాన్ని, రుణ గుర్తు వస్తే నష్టశాతాన్ని సూచిస్తుంది.

**గమనిక:** ఏవైన రెండు వస్తువులను సమానమైన ధరలకు కొన్నప్పుడు వాటిలో ఒక వస్తువుపై x శాతం లాభం, మరొక వస్తువుపై x శాతం నష్టం వస్తే మొత్తంమీద లాభం కాని నష్టం కాని ఉండదు.

**రుసుము:** వస్తువులను తయారు చేసేవారు ఏదైన వస్తువులను తయారు చేయడానికి పట్టిన అసలు ధరకు కొంత ధరను అదనంగా కలిపి ఒక ధరను నిర్ణయిస్తారు. ఈ విధంగా నిర్ణయించిన ధరనే ఆ వస్తువు ప్రకటన వెల లేదా ప్రకటిత వెల లేదా పట్టిన వెల అంటారు. ఈ విధంగా ప్రకటించిన ప్రకటన వెలపై వినియోగదారులను ఆకర్షించేందుకు కొంత తగ్గింపును ఇస్తారు. ఈ విధంగా ఇచ్చే తగ్గింపునే డిస్కౌంట్ లేదా వర్తక రుసుము లేదా ముదరా అని అంటారు.

- ✔ డిస్కౌంట్ అనేది ప్రకటనవెలపై ఇచ్చే తగ్గింపు
- ✔ అమ్మిన వెల = ప్రకటన వెల – డిస్కౌంట్

**బారువడ్డీ - చక్రవడ్డీ**

- ✔ అసలు స్థిరంగా ఉన్నప్పుడు వడ్డీని లెక్కకట్టే విధానాన్ని బారువడ్డీ అంటారు.
- ✔ బారువడ్డీని సాధారణ వడ్డీ, సరళ వడ్డీ లేదా వడ్డీ అని కూడా పిలుస్తారు.
- ✔ అసలు P, కాలం T, వడ్డీ రేటు R అయితే బారువడ్డీ I = PTR/100
- ✔ ముందుగా అనుకున్న నిబంధనల ప్రకారం అసలు మారుతున్నప్పుడు వడ్డీ లెక్కకట్టే విధానాన్ని చక్రవడ్డీ అంటారు.

**భాగస్వామ్యం:**

- ✔ ఒకరి కంటే ఎక్కువ వ్యక్తులు కలసి చేసే వ్యాపారానికి ఉమ్మడి వ్యాపారం అని పేరు. దీనినే భాగస్వామ్యం అని కూడా వ్యవహరిస్తారు.

**భాగస్వామ్యం రెండు రకాలు**

1. సామాన్య భాగస్వామ్యం (దీనిలో కాలాలు సమానం)
2. సంయుక్త భాగస్వామ్యం (దీనిలో కాలాలు వేరువేరు)

**గమనిక:** ఏదైన వ్యాపారంలోని భాగస్వాములు ఆ వ్యాపారంలో వచ్చిన లాభాన్ని పంచుకోవాల్సిన నిష్పత్తి వారి పెట్టుబడుల, వ్యాపారంలో కొనసాగిన కాలాల లబ్దాల నిష్పత్తికి సమానం.

- ✔ సరాసరి = రాశుల మొత్తం/రాశుల సంఖ్య = ప్రేక్షితాల మొత్తం/ప్రేక్షితాల సంఖ్య
- ✔ రాశుల సంఖ్య = రాశుల మొత్తం/సరాసరి
- ✔ రాశుల మొత్తం = రాశుల సంఖ్య x సరాసరి